



Resolver cada ejercicio en hojas distintas.

Poner nombre y LU en todas las hojas.

El examen es a libro abierto. Pueden usar lo demostrado en clase o en ejercicios de las guías poniendo referencias claras y precisas de dónde viene.

Justificar todas las respuestas.

Ejercicio 1. Decidir si las siguientes aseveraciones son verdaderas o falsas. Demuestre o dé contraejemplo según corresponda.

a) Es p.r. la función $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ que para toda entrada (x, y) devuelve

$$\max\{z \mid \phi_x^{(1)}(t) = z, y \geq t, \text{ y el programa con número } x \text{ y entrada } t \text{ termina en } y \text{ pasos o menos.}\}$$

b) Dados x y n en \mathbb{N} , si $\phi_x^{(n+1)}$ es p.r., entonces $\phi_x^{(n+2)}$ es p.r.

c) Sean A_1, A_2 conjuntos p.r., y sea $A_1 \times A_2 = \{x \times y : x \in A_1, y \in A_2\}$. Entonces $A_1 \times A_2$ es un conjunto p.r.

Ejercicio 2. Considerar $f(x) = \begin{cases} 0 & \forall t \leq x (\phi_x(t) = 2t) \\ 2x + 1 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

Decidir si f es computable o no, y demostrarlo.

Ejercicio 3. Sea $U = \{(x, y) \mid \text{para todo } z \text{ par, o } \phi_x(z) \text{ se indefine, o } \phi_y(z) \text{ se indefine}\}$. Determinar si C es un conjunto p.r., c.e., co-c.e., y/o computable. Demostrar.